

DOI: 10.16285/j.rsm.2019.0583

微型钢管砂浆复合桩在土体中稳定性计算

朱彦鹏^{1,2}, 严紫豪^{1,2}, 朱轶凡³

(1. 兰州理工大学 甘肃省土木工程防灾减灾重点实验室, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050; 3. 马里兰大学科利奇帕克分校, 美国 马里兰州科利奇帕克 20740)

摘 要: 微型钢管砂浆复合桩因纠偏受力明确、施工简单、工期短且加固费用低, 被广泛用于基础加固托换。但小直径、大长度的微型钢管砂浆复合桩在土体中失稳破坏缺乏理论研究。故以弹性地基梁理论为基础, 依据桩与地基土共同工作时的受力关系, 建立微分方程求解。给出了微型钢管砂浆复合桩失稳承载力具体表达式, 并与实际工程原位试验相比较, 理论与试验结果接近; 给出了最小临界计算长度的表达式指导工程施工; 并运用 Matlab 编写程序计算分析了土与桩在不同的刚度比下不同桩长的失稳荷载, 反映出土对微型钢管砂浆复合桩失稳约束力的影响程度。

关 键 词: 稳定性; 解析解; k 法; 微型钢管砂浆复合桩

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 04-1339-08

Stability calculation of micro steel tube mortar composite pile in soil

ZHU Yan-peng^{1,2}, YAN Zi-hao^{1,2}, ZHU Yi-fan³

(1. Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation in Civil Engineering of Gansu Province, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China; 2. Western Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China; 3. College Park, University of Maryland, College Park, MD, 20740, USA)

Abstract: The micro steel tube mortar composite pile is widely used in foundation reinforcement and pile replacement because of its clear force mechanism, simple construction, short construction period and low cost. However, there is rare theoretical study on instability or failure of micro steel tube mortar composite piles with small diameter and large length in soil. Therefore, on the basement of the theory of elastic foundation beam, the differential equation is solved according to the force relationship between the pile and the foundation soil. The specific expression of the bearing capacity for instability of the micro steel tube mortar composite pile is given. By comparing with the actual engineering in situ test, it is found that the theoretical and experimental results are close. An expression calculating the minimum critical length is given to guide the construction of the project. Through a program written in Matlab, the instability load referring to different pile lengths is calculated and analyzed under different stiffness ratios between soil and pile, which reflects the influence degree of soil on the instability and restraint force of micro steel tube mortar composite piles.

Keywords: stability; analytical solution; k method; micro steel pipe mortar composite pile

1 引 言

随着城市建设的发展, 地基发生不均匀沉降的事件日益增多, 地基的不均匀沉降通常会导致建筑物结构破坏, 影响其正常使用, 故应对其基础进行托换纠偏。由于地下施工空间狭小、安全影响因素众多, 朱彦鹏等^[1]发明了微型钢管砂浆复合桩, 其

桩径小、体积小、穿透能力强、承载能力高且施工方法通常简单易操作, 其特点适合于建筑物的纠倾加固施工, 得到了广泛的应用^[2-3], 相关学者对其承载特性进行了相关研究^[4]。但由于微型钢管砂浆复合桩长细比较大, 土层为软弱地基时, 常常会发生失稳破坏。失稳破坏形式下承载力取决于材料性能、桩基尺寸、支承方式及地基土侧向抗力大小^[5], 难

收稿日期: 2019-03-27

修回日期: 2019-06-07

基金项目: 教育部长江学者创新团队支持计划项目 (No. IRT_17R51); 甘肃省科技重大专项计划项目 (No. 1302FKDA030)。

This work was supported by the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University of Ministry of Education of China (IRT_17R51) and the Major Project of Science and Technology Plan Projects of Gansu Province (1302FKDA030).

第一作者简介: 朱彦鹏, 男, 1960 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事支挡结构、工程事故分析与处理等方面的教学与研究工作。E-mail: zhuyp1@163.com

通讯作者: 严紫豪, 男, 1993 年生, 硕士研究生, 主要从事桩基失稳, 高层结构等方面研究工作。E-mail: 422441219@qq.com

以基于诸因素进行准确分析。

国内外有关学者对土体中桩基失稳问题进行了诸多研究。目前主流的研究方法是将被地基土视为无数个能抵抗桩变形的弹簧,根据地系数假设的不同,计算方法可分为 k 法、 m 法、 c 法^[6-7]。在此基础上,学者提出了弹性理论法、伽辽金法、能量法。Davisson 等^[8]在 k 法的基础上,根据挠曲关系得到微分方程,将随深度变化的地基系数当作常数,每层 k 值不同,而把土层划分为若干层,对微分方程进行模拟电算,得到计算长度,进而得到失稳荷载,但由于未求得解析解,不利于指导工程实践。孔德志等^[9]采用 k 法推出软土地基下压杆失稳解析式,但其推导基础是假设挠曲线为正弦曲线,与实际情况不符。当运用 m 法求解桩基失稳问题时,得到的挠曲线控制方程为四阶变系数微分方程,此类方程在数学上没有统一解。但泰勒公式表明,任何函数都可以用幂函数近似表示,故 Heelis 等^[10]通过假设方程的解为含独立参数的幂级数代入原微分方程中,确定参数,得到近似的挠曲线方程,其近似程度取决于独立参数数目。但土与桩基的刚度比不同,因而采用的幂级数项数也不同;不同的长细比对结果也有较大影响,故其计算精度不易把握,且其复杂性也不利于指导工程应用。胡人礼^[11-12]基于 m 法提出一组桩身计算长度的经验计算公式,套用地面上欧拉公式,得到失稳荷载,然而工程实践表明此方法误差较大。赵明华等^[13-17]采用能量法对桩基失稳问题进行解答,根据不同的边界条件,将不同半波数的正余弦函数组合为挠曲线方程,考虑功能关系列出能量法方程,采用最小势能原理,得到平衡方程,通过 householder 镜像映射法或混合迭代法求解失稳荷载。但微型钢管砂浆复合桩其直径不超过 200 mm,长度可达 30 m 以上,较大的长细比导致假设挠曲线形状与实际工程中桩基失稳时挠曲线形状差别较大,其影响最大因素为桩身最大位移点的位置不同,导致所求得的失稳荷载误差较大。彭锡鼎^[18]用同样的方法假设挠曲线方程,运用虚位移原理,根据内力与外力虚功之和为 0 建立方程,用伽辽金法求得了失稳荷载,相同原因,当桩长较长时,实际工程挠曲线与所假设挠曲线差别较大,所求出失稳荷载不适合指导工程施工。

结合一定的工程经验,在软土地区地基系数随深度改变而不发生显著改变,以及大量计算结果表明,桩基自重与桩侧摩阻力对屈曲荷载的影响极微^[12-14]。本文在 k 法的基础上,不考虑侧摩阻力对失稳的影响,采用弹性理论法建立微分方程,求出

挠曲线方程,避免了假设挠曲线对失稳荷载的影响,给出了失稳荷载的解析表达式,并结合地面上欧拉公式确定最小临界计算长度指导工程应用。

2 稳定荷载的计算

在进行稳定性计算时,桩上部嵌入承台中,承台在底板下,桩整体埋入土中,承台上端可以承受弯矩,可上下移动,但不可侧向移动,可简化为滑动支座,下端到持力层可简化为固定支座。简化计算模型如图 1 所示。

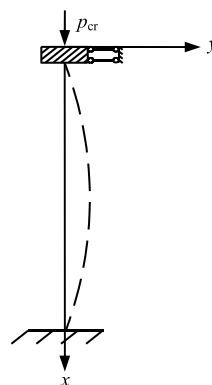


图 1 计算简图

Fig.1 Computing model

桩侧摩阻力对失稳影响不大,可由轴力平衡,微型钢管砂浆复合桩失稳主要受桩端轴力与桩侧土的抗力的影响。假设桩侧土地基系数随深度不变。如图 2 所示,对 x 截面取矩,以 y 轴正方向为正方向,弯矩逆时针为正,桩端轴力对截面弯矩为 $p_{cr}y(x)$, x 截面以上土的弹性力对 x 截面弯矩为 $K_0b_0y(\tau)(x-\tau)$, $y(\tau)$ 为 τ 处地基弹性抗力,考虑固端弯矩及剪力。所以可得微分方程:

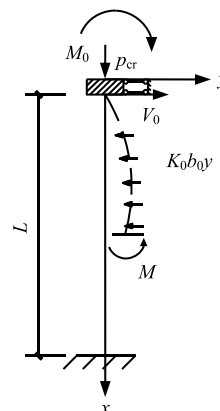


图 2 分析图

Fig.2 Force map

$$M(x) = \int_0^x K_0b_0y(\tau)(x-\tau)d\tau + p_{cr}y(x) + M_0 + V_0x \quad (1)$$

由截面曲率和弯矩关系^[19]可知 $M = -EIy''$, 代入式(1)求导可得

$$y^{(4)} + \frac{p_{cr}}{EI} y'' + \frac{K_0 b_0}{EI} y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{p_{cr}}{EI} = k \quad \frac{K_0 b_0}{EI} = b \quad (3)$$

此方程为常系数4解微分方程, 其特征方程为

$$\lambda^4 + k\lambda^2 + b = 0 \quad (4)$$

经计算判别式大于或小于0对结果没有影响, 只是表达形式不同, 解得

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= i\sqrt{\frac{k - \sqrt{k^2 - 4b}}{2}}, \lambda_2 = -i\sqrt{\frac{k - \sqrt{k^2 - 4b}}{2}} \\ \lambda_3 &= i\sqrt{\frac{k + \sqrt{k^2 - 4b}}{2}}, \lambda_4 = -i\sqrt{\frac{k + \sqrt{k^2 - 4b}}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

令:

$$x_1 = \sqrt{\frac{k - \sqrt{k^2 - 4b}}{2}}, x_2 = \sqrt{\frac{k + \sqrt{k^2 - 4b}}{2}} \quad (6)$$

通解为

$$y = C_1 \cos(x_1 t) + C_2 \sin(x_1 t) + C_3 \cos(x_2 t) + C_4 \sin(x_2 t) \quad (7)$$

将边界条件: $y|_{t=0} = 0$, $y'|_{t=0} = 0$, $y|_{t=l} = 0$, $y'|_{t=l} = 0$, 代入式(7)得

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_3 &= 0 \\ x_1 C_2 + x_2 C_4 &= 0 \\ C_1 \cos(x_1 l) + C_2 \sin(x_1 l) + C_3 \cos(x_2 l) + C_4 \sin(x_2 l) &= 0 \\ C_1 x_1 \sin(x_1 l) + C_2 x_1 \cos(x_1 l) - C_3 x_2 \sin(x_2 l) + C_4 x_2 \cos(x_2 l) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

要使 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 不全为0, 所以式(8)中系数行列式为0:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x_1 & 0 & x_2 \\ \cos(x_1 l) & \sin(x_1 l) & \cos(x_2 l) & \sin(x_2 l) \\ -x_1 \sin(x_1 l) & x_1 \cos(x_1 l) & -x_2 \sin(x_2 l) & x_2 \cos(x_2 l) \end{vmatrix} = 0$$

整理得

$$\begin{aligned} 2x_1 x_2 - [(x_1^2 + x_2^2) \sin(x_1 l) \sin(x_2 l) + \\ 2x_1 x_2 \cos(x_1 l) \cos(x_2 l)] &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

将式(6)部分代入式(9)得

$$2\sqrt{b} \left(1 - \cos(x_1 l) \cos\left(\frac{\sqrt{b}}{x_1} l\right) \right) - k \sin(x_1 l) \sin\left(\frac{\sqrt{b}}{x_1} l\right) = 0 \quad (10)$$

解式(10)可解得当 $k = 2\sqrt{b}$, 当且仅当 $x_1 = x_2$ 时, 当且仅当 k 值最小时为失稳荷载。由式(3)将 k 、 b 代入 $k = 2\sqrt{b}$, 求得失稳荷载具体表达式: $p_{cr} = 2\sqrt{K_0 b_0 EI}$ 。根据失稳荷载可推出桩为局部失稳, 规定开始失稳的位置为最小临界计算长度。令 $2\sqrt{K_0 b_0 EI} = 4\pi^2 EI / l^2 \rightarrow l = \pi(4EI / K_0 b_0)^{1/4}$, 规定 l 为最小临界计算长度。

3 与伽辽金法的对比分析

微型钢管砂浆复合桩上端与筏板相连, 一般无横向位移, 故上部约束做弹嵌处理, 有竖向位移, 无横向位移, 且无转角。而彭锡鼎所用的伽辽金解法^[18]设的挠曲函数为

$$y = C_1 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{l} x\right) \right) + C_2 \left(1 - \cos\left(\frac{6\pi}{l} x\right) \right) \quad (11)$$

式(11)采取的边界条件与本文一致。本文与不同地基系数、不同计算长度方面与伽辽金法所求出的失稳荷载做比较, 一定程度上验证本方法的正确性, 又可解释失稳挠曲线对失稳荷载的影响。

3.1 伽辽金法的计算公式

伽辽金提出一种数值分析方法, 其原理为通过选取有限多项式函数, 将它们叠加, 要求结果在求解域内及边界上的加权积分满足原方程, 便可以得到一组易于求解的线性代数方程, 且自然边界条件能够自动满足。通过此原理彭锡鼎假设半波数分别为2、6, 满足边界条件的余弦函数为式函数, 根据屈曲后内力形成的横向荷载与外力形成的横向荷载所作虚功之和为零列出积分方程, 代入式函数适应积分方程, 根据微弯状态系数不全为零推导出失稳荷载与计算长度的关系:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(ul)^2} = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu^2} &= 20 + \frac{9\Delta_1 + \Delta_2}{36\pi^4} (\alpha l)^5 - \\ &\sqrt{\left[16 - \frac{9\Delta_1 - \Delta_2}{36\pi^4} (\alpha l)^5 \right]^2 + \frac{\Delta_2^2}{144\pi^8} (\alpha l)^{10}} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{k^2}{2} - \frac{k}{\pi} \sin(2k\pi) + \frac{k}{4\pi} (2k\pi + \sin(2k\pi) \cos(2k\pi)) + \\ &\frac{1}{2\pi^2} (\cos(2k\pi) + 2k\pi \sin(2k\pi) - 1) - \\ &\frac{[\cos(2k\pi)(\cos(2k\pi) + 4k\pi \sin(2k\pi)) + (2k\pi)^2 - 1]}{16\pi^2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Delta_2 = \frac{k^2}{2} - \frac{k}{3\pi} \sin(6k\pi) + \frac{k}{12\pi} (6k\pi + \sin(6k\pi) \cos(6k\pi)) + \frac{1}{18\pi^2} (\cos(6k\pi) + 6k\pi \sin(6k\pi) - 1) - \frac{[\cos(6k\pi)(\cos(6k\pi) + 12k\pi \sin(6k\pi)) + (6k\pi)^2 - 1]}{144\pi^2} \quad (15)$$

$$\Delta_{12} = k^2 - \frac{k}{3\pi} \sin(6k\pi) - \frac{k}{\pi} \sin(2k\pi) + \frac{1}{4\pi} (\sin(4k\pi) + \frac{1}{2} \sin(8k\pi)) + \frac{(\cos(6k\pi) + 6k\pi \sin(6k\pi) - 1)}{18\pi^2} + \frac{(\cos(2k\pi) + 2k\pi \sin(2k\pi) - 1)}{2\pi^2} - \frac{[\cos^2(2k\pi)(\cos^2(2k\pi) + 8k\pi \sin(2k\pi) \cos(2k\pi)) - 1]}{8\pi^2} \quad (16)$$

$$k = \frac{h}{l} \alpha = \left(\frac{m_0 b_0}{EI} \right)^{\frac{1}{5}} = m^{\frac{1}{5}} \quad (17)$$

式中: h 为入土深度; l 为原长; α 为土与桩刚度比系数。

3.2 方法对比分析

在实际工程中, 微型钢管桩采用钢管屈服强度为 400 MPa 的钢材, 其弹模为 2.06×10^5 MPa, 钢管内填充微膨胀水泥砂浆, 抗压强度为 50 MPa, 其弹模为 2.95×10^4 MPa。直径为 168 mm, 壁厚为 8 mm。考虑钢管混凝土的整体性得抗弯抗度、惯性矩, 根据《建筑基桩技术规范》(JGJ94—2008) [6], 圆形桩的直径 $d \leq 1$ m 时, 可得计算宽度:

$$\left. \begin{aligned} I_c &= \pi d_0^4 / 64 = 2.62 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \\ I_s &= \pi(D^4 - d^4) / 64 = 1.29 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \\ EI &= E_s I_s + 0.8 E_c I_c = 3.27 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \\ b_0 &= 0.9(1.5d + 0.5) = 0.686 \text{ m} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

微型钢管桩刚度、直径按式 (18) 取, 地基系数见表 1 和表 2。由式 (18) 得到伽辽金解法的失稳荷载。并于本文计算结果做出比较, 如表 3~5 所示。

由表 3~5 可知, 在土的刚度及计算长度较小时, 两种方法的计算结果差别不大。当桩侧土为流塑黏土时, k 法取地基系数为 0.5×10^4 kN/m³、 m 法取地基系数为 0.3×10^4 kN/m⁴、计算长度小于 4 m 时, 两种方法相差不超过 7.09%, 说明推导结果一定程度与伽辽金法相近, 本文解法具有参考价值。但随着计算长度与土刚度的增加, 本文解法与伽辽金法差别逐渐变大, 当桩侧土为硬塑性黏土时, k 法地基系数取 1.5×10^4 kN/m³、 m 法地基系数取

$m=1 \times 10^4$ kN/m⁴、计算长度取 5 m 时, 两种方法差别约为 46%。分析其原因为: 随着深度增加, 桩体

表 1 k 法地基系数

Table 1 k -foundation coefficient		
序号	土的序号	$K_0 / (10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3})$
1	流塑黏性土, 淤泥 $I_L \geq 1$,	0.5~1.0
2	软塑黏性土, 粉砂, 粉土 $1 > I_L \geq 0.5$	1.0~2.0
3	硬塑黏性土, 细砂, 中砂 $0.5 > I_L \geq 0$	1.5~2.5
4	坚硬的黏性土, 粗砂	4.0~10.0

表 2 m 法地基系数

Table 2 m -foundation coefficient		
序号	土的序号	$m_0 / (10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-4})$
1	流塑黏性土, 淤泥 $I_L \geq 1$,	0.3~0.5
2	软塑黏性土, 粉砂, 粉土 $1 > I_L \geq 0.5$	0.5~1.0
3	硬塑黏性土, 细砂, 中砂 $0.5 > I_L \geq 0$	1.0~2.0
4	坚硬的黏性土, 粗砂	2.0~3.0

表 3 $b=0.5, m=0.3$ 两方法对比

Table 3 Comparison of two methods when $b=0.5, m=0.3$

计算长度/m	$F_{cr}/EI / \text{m}^{-2}$		对比/%
	伽辽金法	本文方法	
2.5	6.690 4	6.813 4	1.84
2.6	6.260 5	6.377 0	1.86
2.7	5.886 3	5.994 1	1.83
2.8	5.560 6	5.657 4	1.74
2.9	5.277 6	5.360 7	1.57
3.0	5.032 2	5.098 9	1.33
3.2	4.638 7	4.663 9	0.54
3.4	4.354 3	4.325 2	-0.67
3.6	4.160 4	4.062 7	-2.35
3.8	4.043 3	3.861 5	-4.50
4.0	3.993 1	3.709 9	-7.09
4.5	4.113 6	3.491 4	-15.13
5.0	4.527 1	3.421 7	-24.42

表 4 $b=1, m=0.5$ 两方法对比

Table 4 Comparison of two methods when $b=1, m=0.5$

计算长度/m	$F_{cr}/EI / \text{m}^{-2}$		伽辽金法对比本文/%
	伽辽金法	本文方法	
2.5	6.939 5	7.306 3	5.29
2.6	6.540 7	6.909 1	5.63
2.7	6.200 0	6.566 6	5.91
2.8	5.910 3	6.271 4	6.11
2.9	5.666 0	6.017 4	6.20
3.0	5.462 0	5.799 3	6.18
3.2	5.159 8	5.454 3	5.71
3.4	4.978 4	5.208 0	4.61
3.6	4.900 0	5.039 3	2.84
3.8	4.911 2	4.930 9	0.40
4.0	5.002 3	4.868 6	-2.67
4.5	5.532 4	4.830 5	-12.69
5.0	6.418 9	4.299 3	-33.02

表5 $b=1.5, m=1$ 两方法对比Table 5 Comparison of two methods when $b=1.5, m=1$

计算长度 /m	$F_{cr}/EI/m^{-2}$		伽辽金法对 比本文/%
	伽辽金	本文方法	
2.5	7.561 7	7.795 3	3.09
2.6	7.240 3	7.436 1	2.70
2.7	6.983 0	7.132 5	2.14
2.8	6.783 2	6.877 1	1.38
2.9	6.635 0	6.663 5	0.43
3.0	6.533 9	6.486 4	-0.73
3.2	6.458 1	6.223 9	-3.63
3.4	6.531 4	6.059 0	-7.23
3.6	6.736 4	5.967 1	-11.42
3.8	7.059 7	5.926 5	-16.05
4.0	7.489 7	5.916 4	-21.01
4.5	8.943 0	5.287 2	-40.88
5.0	10.527 9	5.645 5	-46.38

挠度越来越小,直至某一深度时挠度、转角变为0,其最大位移点在桩身偏上位置,而伽辽金法所采用的挠曲线为假设形式,直到桩身底部位置位移、转角才为0,桩身受压时最大位移点与实际相差较大,故所推导的失稳荷载相差较大。

4 不同土刚度下失稳荷载对比分析

4.1 稳定荷载的退化验证

当地基系数很小,取极限状态 $K_0=0$,即为地面上无侧限压杆稳定性条件,推得 $x_1=0$, $x_2=\sqrt{k}$,代入式(7)得

$$y = C_1 + C_3 \cos \sqrt{k}t + C_4 \sin \sqrt{k}t \quad (19)$$

代入边界条件: $y|_{t=0}=0$, $y'|_{t=0}=0$, 推得:
 $C_1=-C_3$, $C_4=0$:

$$y = C_1(1 - \cos \sqrt{k}t) \quad (20)$$

将边界条件 $y|_{t=l}=0$, $y'|_{t=l}=0$ 代入式(20)中得

$$\left. \begin{aligned} C_1(1 - \cos \sqrt{k}l) &= 0 \\ C_1 \sqrt{k} \sin \sqrt{k}l &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

要保证上式系数不为0, $\sqrt{k}l = 2n\pi \rightarrow p_{cr} = 4n^2 EI \pi^2 / l^2$ 即 n 取最小值时为压杆失稳极限荷载 $p_{cr} = 4EI \pi^2 / l^2$, 与地上压杆失稳荷载相同。故式(19)为式(7)的退化公式。欧拉公式即为特殊形式下土中压杆失稳公式,即桩侧土刚度为0时的失稳公式。

4.2 对比分析

土与钢管桩的刚度比为 $b = K_0 b_0 / EI$, 分析在不同土层下失稳荷载与计算长度的变化。当 K_0 分别取 $0, 0.1 \times 10^4, 0.5 \times 10^4, 1 \times 10^4, 1.5 \times 10^4, 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$, 其刚度比 b 为 $0, 0.21, 1.05, 2.10, 3.15, 4.20$ 。将 b 代入式(9), 分析刚度比 b 为 $0.21, 2.1, 4.2$ 时与无桩侧土约束时的失稳荷载大小的差距为对比1、对比2、对比3, 具体结果如表6所示。式(9)为超越方程,不能直接求解,其结果可在 Matlab 中利用二分法编程求得。图3可直观表示出不同地基系数时失稳荷载与计算长度的关系。

表6 不同参数下失稳荷载

Table 6 Unstable load under different parameters

计算长度 /m	欧拉公式	$F_{cr}/EI/m^{-2}$					对比1 /%	对比2 /%	对比3 /%
		$b=0.21$	$b=1.05$	$b=2.1$	$b=3.15$	$b=4.2$			
1.0	39.478 4	39.494 4	39.558 2	39.638 0	39.717 7	39.797 5	0.06	0.20	0.61
1.5	17.546 0	17.581 9	17.725 4	17.904 7	18.083 8	18.262 7	0.46	1.53	4.59
2.0	9.869 6	9.933 4	10.188 3	10.50 6	10.822 7	11.138 4	0.65	6.45	12.86
2.5	6.316 5	6.416 2	6.813 4	7.306 3	7.795 3	8.280 0	5.91	19.55	57.37
3.0	4.386 5	4.529 9	5.098 9	5.799 3	6.486 4	7.158 9	41.15	127.95	216.03
3.5	3.222 7	3.417 7	4.185 5	5.115 1	6.005 4	6.849 0	53.15	153.62	248.28
4.0	2.467 4	2.721 5	3.709 9	4.868 6	5.916 4	6.419 4	60.05	160.17	266.75
5.0	1.579 1	1.973 2	3.421 7	4.299 3	4.462 9	5.333 1	75.80	175.29	308.55
6.0	1.096 6	1.655 5	3.012 5	3.755 2	4.067 4	5.124 6	94.28	193.43	356.65
7.0	0.805 7	1.544 5	2.679 9	3.625 8	4.297 6	4.787 2	115.50	214.95	406.49
8.0	0.616 9	1.527 5	2.572 1	3.446 8	4.067 4	4.651 0	150.68	254.29	465.93
9.0	0.487 4	1.343 1	2.518 0	3.310 0	4.023 0	4.543 7	166.41	302.81	538.23
10.0	0.394 8	1.231 1	2.384 3	3.284 7	3.897 7	4.449 5	179.04	340.31	594.39
11.0	0.326 3	1.173 0	2.331 1	3.187 3	3.848 1	4.412 0	193.58	381.56	657.06
12.0	0.274 2	1.149 8	2.322 6	3.144 2	3.806 6	4.344 2	210.22	416.68	725.55
13.0	0.233 6	1.145 6	2.257 5	3.125 0	3.759 6	4.331 8	229.12	448.18	788.25
14.0	0.201 4	1.099 3	2.226 8	3.078 2	3.752 5	4.281 9	250.41	483.17	850.62
15.0	0.175 5	1.065 1	2.220 2	3.064 3	3.709 2	4.269 6	274.24	522.04	919.05

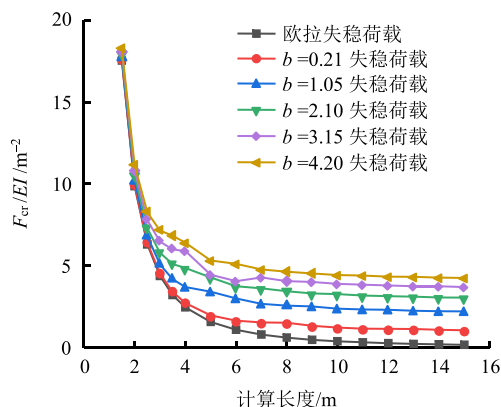


图3 不同参数下失稳荷载

Fig.3 Unstable load under different parameters

从图中可看出,随着计算长度的增长,失稳荷载单调递减,随着计算长度增加失稳荷载趋向于定值。计算可得 $p_{cr} = 2\sqrt{K_0 b_0 EI}$ 。当无桩侧土约束时,失稳荷载可用地面欧拉公式 $p_{cr} = 4\pi^2 EI / l^2$ 求得,观察 l 趋于无穷大时,稳定荷载趋近于 0,采用本文算法,即 $K_0 = 0$,失稳荷载同样为 0,即地面欧拉公式为本文算法的特殊情况。为了将桩的失稳长度进行量化,指导工程应用,规定 $l = \pi(4EI / K_0 b_0)^{1/4}$ 为最小临界计算长度。当 $K_0 = 0.1 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 时,其值为 6.56 m,从图 3 可看出,桩长超过此值时,失稳荷载变化不大,故可认为桩在此处部分失稳。当 $K_0 = 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 时,其值为 3.1 m,可知当地基系数越大,最小临界计算长度越小。从图 3 可直观看出,土地基系数与钢管桩的抗弯刚度之比越大,失稳荷载稳定值越大,与桩身长度无关,符合公式结论。从表 6 可看出,当桩长小于 2 m, $b=4.2$ 时,地面欧拉公式与本文所求失稳荷载大小相差约 12%,当桩长大于 4 m, $b=0.21$ 时,两者相差约 60%,因此,桩长较小时,桩身刚度对失稳荷载起控制作用,桩长较长时桩侧土对失稳荷载起控制作用。根上述分析,桩体应发生局部失稳,其失稳长度与刚度比相关,与长度无关。

5 实例分析

5.1 工程概况

某小区 9 号和 10 号两栋住宅楼倾斜,要进行纠偏处理。需对微型钢管砂浆复合桩进行失稳承载力研究。研究方法是制作试验桩进行原位试验,试验场地属于大厚度填方地基,土的主要成分为粉土,软塑,填土深度高达 30 m。持力层为强风化砂岩。试验制作 2 根微型钢管砂浆复合桩,桩径 198 mm,桩长 33 m,钢管材质为屈服强度 400 MPa

的 DZ40 地质管材,直径 168 mm,壁厚 8 mm,钢管内填充 M50 微膨胀水泥砂浆,钢管外包裹 15 mm 厚微膨胀水泥砂浆保护层,水泥砂浆是水泥、孔道压浆剂和水按质量比 1:0.111:0.333 配制而成。加载装置采用压重平台反力装置,加载方式严格按照《建筑基桩检测技术规范》(JGJ106—2014)^[20]采用慢速维持荷载法对试验桩进行了分级加载。采用慢速维持荷载法对 2 根试验桩进行了单桩竖向承载力静载荷试验,通过对实测的桩顶位移与桩顶荷载等数据的整理和分析,得到实测 $Q-s$ 曲线,如图 4 所示。依据现行规范应取沉降量等于 40 mm 所对应的荷载值为单桩竖向抗压极限承载力,故桩 a 和桩 b 的单桩竖向抗压极限承载力均为 2 800 kN。现场制作桩的过程如图 5 所示。

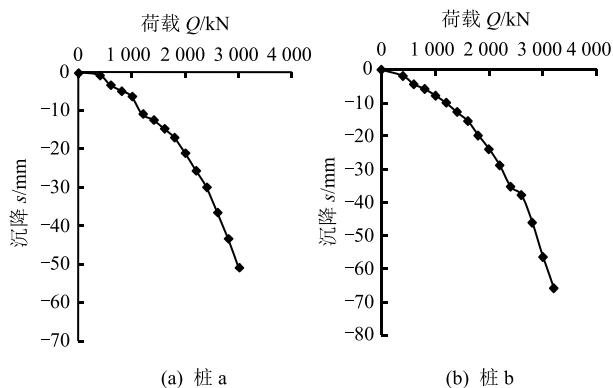
图4 单桩竖向静载试验的 $Q-s$ 曲线Fig.4 $Q-s$ curves of vertical static load test of single pile

图5 试验桩制作过程

Fig.5 Manufacturing process of test pile

5.2 失稳承载力计算

由于现场施工时浇筑水泥砂浆过多,导致桩侧土为塑状态,地基系数很小,根据现场实际情况取为 $0.1 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 。其他参数按式(14)取得。

(1) 根据本文方法失稳荷载及最小临界计算长度可计算得

$$p_{cr} = 2 \times \sqrt{0.1 \times 10^4 \times 0.6867 \times 3.27 \times 10^3} = 2997 \text{ kN}$$

$$l = \pi \times \left(\frac{4 \times 3.27 \times 10^3}{0.1 \times 10^4 \times 0.6867} \right)^{0.25} = 6.56 \text{ m}$$

(2) 取 m 法地基系数为 $0.08 \times 10^4 \text{ kN/m}^4$, 根据式 (12) ~ (13) 采用伽辽金法算得

$$\Delta_1 = \frac{3}{4}, \Delta_2 = \frac{3}{4}, \Delta_{12} = 1, \mu = 3.903 \times 10^{-4}, l = 33 \text{ m}$$

$$p_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = 1.94 \times 10^8 \text{ kN}$$

本文算法最小临界计算长度远小于桩长, 表明在最小临界计算长度以下时桩体横向位移, 转角趋近于 0, 且桩身到达一定长度, 继续增加桩长不会降低桩体失稳承载力。故失稳荷载取 2997 kN 。经计算发现失稳荷载略高于现场失稳实测数据, 其原因为未考虑其侧模阻力^[15], 或桩身土体不密实。而伽辽金法算的失稳荷载过大, 不符合实际情况, 该计算表明, 原假设挠曲线计算失稳荷载方法不适用桩长过长情况, 因为最大位移点分布不同会有较大误差, 在桩长较长时体现该方法优越性。

5.3 极限承载力计算

根组合结构知识^[21]可知, 钢管桩材料破坏极限承载力为

$$\left. \begin{aligned} f_{scy} &= (1.14 + 1.02\xi) \times f_c \\ \xi &= \frac{f_y A_s}{f_c A_c} \\ N_u &= A_{sc} f_{scy} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\xi = \frac{f_y A_s}{f_c A_c} = \frac{400 \times 4 \ 021}{50 \times 18 \ 145} = 1.77$$

$$f_{scy} = (1.14 + 1.02\xi) \times f_c = 147.27 \text{ MPa}$$

$$N_u = A_{sc} f_{scy} = 147.27 \times \pi \times 84^2 = 3.5 \times 10^3 \text{ kN}$$

式中: f_{scy} 为钢管混凝土的轴压屈服强度; f_c 为水泥砂浆轴向抗压屈服强度; f_y 为 DZ40 地质管材屈服强度; ξ 为约束效应系数; A_s 为 DZ40 地质管材面积; A_c 为水泥砂浆面积; A_{sc} 为总截面面积; N_u 为极限承载力。

微型桩的理论承载能力取 p_{cr} 与 N_u 中的较小值, 经计算, 失稳承载力小于材料破坏承载力, 由此可得该桩破坏形式为失稳破坏。该试验结果表明, 在长细比较大且地基系数较小时, 桩体可能会发生失稳破坏, 即桩体发生沉降长度大于桩体因受轴向力发生弹性变形长度。由于桩侧土的横向约束作用, 桩体不会发生明显的 $P-\Delta$ 效应, 即横向位移随上部荷载呈非线性变化, 且趋势增大。因为横向位移越大, 在同一截面受到土体约束作用越大, 桩身受土体反力作用, 会阻止沉降继续加大, 避免了此类效应。但发生失稳破坏时还是会发生较大沉降使建筑物主体发生倾斜, 故应控制每根桩的承载力使其不

发生失稳破坏, 所以研究其失稳承载力对实际工程很有必要。

6 结论与展望

(1) 该方法以弹性地基梁理论为基础, 依据桩与地基土共同工作时的受力关系, 通过建立微分方程, 对土体中桩基的失稳问题进行了求解, 给出了微型钢管砂浆复合桩失稳承载力的具体表达式。该方法适用于微型钢管桩在软弱土层中压杆稳定问题, 给出了在地基系数不变的情况下失稳挠曲线的解析式, 相对于前人假设挠曲函数, 该方法较为合理。

(2) 该方法给出了失稳荷载解析表达式 $p_{cr} = 2\sqrt{K_0 b_0 EI}$, 在工程实践中只需测得地基系数即可得到失稳荷载。该方法在一定程度上指导了工程实践。

(3) 该方法在地基系数为常数的情况下, 给出了失稳挠曲线解析式。实例表明, 在假设挠曲函数时, 假设挠曲函数半波数的取值对长细比较大的桩体的失稳破坏有较大影响。

(4) 对于某些土体的地基系数随深度改变较大的情况或穿过不同性质土层的地基情况, 该方法有待修正。

参 考 文 献

- [1] 朱彦鹏, 杨奎斌. 高压循环注浆微型钢管桩及其施工方法: 201610892936.9[P]. 2017-05-10.
ZHU Yan-peng, YANG Kui-bin. High-pressure circulating grouting miniature steel pipe pile and construction method: 201610892936.9[P]. 2017-05-10.
- [2] 刘小丽, 李白. 微型钢管桩用于岩石基坑支护的作用机制分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(增刊 1): 217-222.
LIU Xiao-li, LI Bai. Analysis of supporting mechanism of micro-steel-pipe piles in rock foundation pit[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(Suppl.1): 217-222.
- [3] 王德华. 微型钢管桩托换在浅层掏土纠倾中的应用研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2007.
WANG De-Hua. Application research of underpinning of miniature steel pipe piles in shallow digging[D]. Chongqing: Chongqing University, 2007.
- [4] 杨奎斌. 湿陷性黄土地区新型钢管复合桩承载特性研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2018.
YANG Kui-bin. Study on the bearing characteristics of a new type of steel pipe composite pile in collapsible loess area[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology,

- 2018.
- [5] 赵明华. 桥梁桩基计算与检测[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.
- ZHAO Ming-hua. Calculating and detecting for pile foundations of bridges[M]. Beijing: China Communications Press, 2000.
- [6] 中国建筑科学研究院. JGJ94—2008 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008: 25-72.
- China Academy of Building Research. Technical specification for building pile foundation[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008: 25-72.
- [7] 交通部公路规划设计院. JTJ 024—85 公路桥涵地基与基础设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
- Highway Planning and Design Institute of the Ministry of Communications. JTJ 024—85 Code for design of foundation and basis of highway bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 1999.
- [8] DAVISSON M T, ROBINSON K E. Bending and buckling partially embedded piles[C]//Proceedings of 6th International Conference on Soil Mechanic and Foundation Engineering. Toronto: University of Toronto Press, 1965: 243-246.
- [9] 孔德志, 李丽. 桩身压屈稳定性分析[J]. 河南大学学报(自然科学版), 2005, 35(3): 101-103.
- KONG De-zhi, LI Li. Analysis of pressing-yield-stability of pile[J]. **Journal of Henan University(Natural Science)**, 2005, 35(3): 101-103.
- [10] HEELIS M E, PAVLOIC M N, WEST R P. The analytical prediction of the buckling loads of fully and partially embedded piles[J]. **Geotechnique**, 2004, 54(6): 363-373.
- [11] 胡人礼. 关于桥梁基础采用 m 法计算土壤弹性抗力的几个问题[J]. 铁路标准设计, 1973(1): 18-26.
- HU Ren-li. Several problems about calculating soil resistance of bridge foundation piles by m method[J]. **Railway Standard Design**, 1973(1): 18-26.
- [12] 胡人礼. 桥梁桩基基础分析和设计[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1987: 266-275.
- HU Ren-li. Bridge pile foundation analysis and design[M]. Beijing: China Railway Press, 1987: 266-275.
- [13] 赵明华. 桥梁桩基稳定计算长度[J]. 工程力学, 1987(1): 94-105.
- ZHAO Ming-hua. The calculating length of stable bridge pile[J]. **Engineering Mechanics**, 1987(1): 94-105.
- [14] 赵明华. 桥梁桩基的屈曲分析及试验[J]. 中国公路学报, 1990, 3(4): 47-56.
- ZHAO Ming-hua. Buckling analysis and tests of bridge piles[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 1990, 3(4): 47-56.
- [15] 赵明华, 王季柏. 基桩侧摩阻力的屈曲分析[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 87-90.
- ZHAO Ming-hua, WANG Ji-bai. Buckling analysis on pile considering the side resistance[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 18(3): 87-90.
- [16] 曹文贵, 刘成学, 赵明华. 变截面桩的屈曲分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2004, 31(3): 55-58.
- CAO Wen-gui, LIU Cheng-xue, ZHAO Ming-hua. Buckling analysis of the variable section piles[J]. **Journal of Hunan University (Natural Sciences)**, 2004, 31(3): 55-58.
- [17] GABR M A, WANG J J, ZHAO M H. Buckling of piles with general power distribution of lateral subgrade reaction[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1997(2): 123-130.
- [18] 彭锡鼎. 考虑桩侧土壤弹性抗力时桩的临界荷载计算[J]. 土木工程学报, 1996, 29(5): 43-48.
- PENG Xi-ding. Calculation of critical load of pile considering resistance of soil on the side of pile[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1996, 29(5): 43-48.
- [19] 《桩基工程手册》编写委员会. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 1995: 236-241.
- Writing Committee of Pile Foundation Handbook Pile foundation handbook[M]. Beijing: China Building Materials Industry Press, 1995: 236-241.
- [20] 中国建筑科学研究院. JGJ106—2014 建筑基桩检测技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014.
- China Academy of Building Research. JGJ106—2014 Technical code for inspection of building foundation piles[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014.
- [21] 韩林海, 杨有福. 现代钢管混凝土结构技术[M]. 2 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
- HAN Lin-hai, YANG You-fu. Modern steel tube concrete structure technology[M]. 2nd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007.